

abgeschätzt werden, sind sie zufallsabhängige Größen, so daß gesicherte Aussagen nur über statistische  $f$  Testverfahren abgeleitet werden können. Der lineare Modellansatz der  $F$ . vereinigt die beiden Parameterklassen in einem kompensatorischen Modell der Form

$$x_{ij} = a_{i1}F_{1j} + a_{i2}F_{2j} + \dots + a_{ir}F_{rj} + a_{i17}j,$$

in dem  $a_{i1}$ , einen *Einzelrestfaktor* beschreibt, der sich aus einem variablen-spezifischen und einem reinen Fehleranteil zusammensetzt. Dieser Einzelrestanteil wird vom faktorenanalytischen Modell nicht aufgeklärt. Der Varianzanteil der gemeinsamen Faktoren  $F_1, \dots, F_r$ , an der Varianz der Variablen  $x_{i-}$  wird als deren *Kommunalität*  $hi^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{ir}^2$  bezeichnet.

Unter Hinzunahme statistischer Voraussetzungen über Standardisierungen und über Unabhängigkeiten der im Modellansatz enthaltenen Zufallsgrößen wird es möglich, aus den Beobachtungsdaten über die Interkorrelationen oder Kovariationen zwischen den Meßvariablen mittels eines Produkt-Moment-Koeffizienten die Faktorladungen und danach z. B. über eine multivariate Regressionsanalyse die Faktorwerte zu schätzen. Bei der Schätzung der Faktorladungen spielt das Fundamentaltheorem der Faktoren eine Rolle, das z. B. mit der Zentroid- oder mit der Hauptachsenmethode nach L. L. THURSTONE oder nach H. HOTELLING gelöst werden kann. Danach können z. B. über eine multivariate  $f$  Regressionsanalyse die Faktorwerte geschätzt werden ( $f$  Konstitutionsanalyse). Die erhaltene *Faktorenlösung* ist eindeutig bis auf orthogonale Rotationen, die der Festlegung des Bezugssystems im Faktorenraum entsprechen und faktorielle Unbestimmtheit genannt werden.

Die *Mehrdeutigkeit der Faktorenlösung* wird ausgenutzt, um aus den unendlich vielen möglichen Faktorenlösungen die auszuwählen, die entsprechend einem vorgegebenen Kriterium eine möglichst optimale Beantwortung der empirischen Fragestellung gestattet. Für die Interpretation der Faktoren wird als dieses Kriterium i. allg. eine *Einfachstruktur* gefordert, die analytisch, z. B. mittels des Varimax-Kriteriums nach KAISER, erreicht wird. Für das Problem der faktoriellen Validierung bietet sich die *f Kriteriumsanalyse* an, bei der die orthogonale Rotation nach einem inhaltlichen Außenkriterium durchgeführt wird. Dabei wird erreicht, daß nach der Rotation einer der Faktoren durch das Außenkriterium inhaltlich validiert ist. Ein anderes Problem, das mit der faktoriellen Unbestimmtheit verknüpft ist, besteht in dem *Vergleich von Faktorenstrukturen*. Dabei sollen Unterschiede zwischen Faktorenstrukturen, die bei einer Bedingungsvariation erhalten wurden, ursächlich durch diese Variation begründet werden. Diese Aufgabenstellung kann mit der *f Transformationsanalyse* gelöst werden. Für die Ableitung von Aussagen ist es notwendig, den Einfluß der faktoriellen Unbestimmtheit auszuschalten, um dann die ver-

bleibenden Differenzen der Faktorenstrukturen als effiziente Wirkanteile der Bedingungsvariation entsprechend einem statistischen Testverfahren zu interpretieren.

Eine Grundvoraussetzung der bisherigen Ausführungen zur  $F$ . war die Unabhängigkeit, d. h. die Orthogonalität der Faktoren. In einigen Fällen ist diese Restriktion zu scharf, so daß die faktorenanalytischen Ergebnisse die Beobachtungsdaten nicht hinreichend genau beschreiben und erklären. Dann ist es möglich, eine *schiefwinklige Faktorenlösung* abzuleiten, wie z. B. die schiefwinklige Rotation der erhaltenen Faktorenlösung nach dem Varimin- oder Oblimin-Kriterium. Die damit extrahierten *Faktoren erster Ordnung*, die Primärfaktoren genannt werden, sind jedoch selbst nicht voneinander unabhängig. Ihre Interkorrelationen können als Ausgangspunkt einer weiteren  $F$ . benutzt werden, und im Ergebnis entstehen die *Faktoren zweiter Ordnung*, die Sekundärfaktoren genannt werden. Analog sind *Faktoren höherer Ordnung* bestimmbar. Diese sukzessive Faktorextraktion ergibt ein *hierarchisches Faktorenmotell*, das vor allem in der Persönlichkeitspsychologie (z. B. im hierarchischen Strukturschema der Persönlichkeitsmerkmale nach EYSENCK und CATTELL) Bedeutung erlangt hat ( $f$  Faktoren-Theorie). Als Ausgangsdaten der  $F$ . werden beim üblichen Ansatz Beobachtungsdaten von Meßobjekten in Meßvariablen betrachtet; dabei gehen die Interkorrelationen zwischen den Meßvariablen in das Modell ein. Jede experimentelle Situation ist dabei gekennzeichnet durch die Meßvariablen, die Untersuchungszeitpunkte und die Stichprobe der Meßobjekte. Prinzipiell ist es möglich, jeweils eine dieser Größen konstant zu lassen und zwischen den beiden verbleibenden Beobachtungsdaten zu erheben, z. B. ein festes Meßobjekt zu verschiedener Zeit mit mehreren Meßvariablen zu untersuchen. Je nach Art dieser Auswahl unterscheiden sich verschiedene *Techniken der F.*, z. B. im Datenwürfel von CATTELL, bei denen jedoch nicht für alle Möglichkeiten Produkt-Moment-Korrelationen angegeben werden können. In letzteren Fällen ist die Anwendung der  $F$ . dann nicht begründet. Die Einschränkung der  $F$ . auf den linearen Fall ist nicht prinzipiell, sondern entspricht dem allgemein üblichen Vorgehen. Ansätze der nichtlinearen  $F$ ., die Ähnlichkeiten zur latenten  $\Pi$  Strukturanalyse auf weisen, sind in der Literatur bekannt, aber bisher kaum auf experimentelle Befunde angewendet worden. Nachfolgend sind die wichtigsten Anwendungsbereiche und Aussageformen der  $F$ . für experimentelle Fragestellungen aufgeführt:

1. Nach der *Datenerhebung* ergibt sich die Möglichkeit einfacher statistischer Auswertungen bezüglich der Meßobjekte und -variablen, wie sie z. B. aus der klassischen Testtheorie ( $\Pi$  Testtheorie, psychologische) bekannt sind. Sie basieren auf dem